Denis Guedj

Écrivain, Professeur de mathématiques à l'université de Saint-Denis.
Dernier livre paru *Les Cheveux de Bérénice*, Le Seuil, Paris 2003.

Derrière le rideau

Étonnement ! Voilà que ces mathématiques, idéal du savoir scientifique, de la raison, de la rigueur et de la logique, si exemptes, *a priori*, de croyances et de foi, auraient quelque chose à voir avec de la religion ! On savait les origines communes, nobles, des mathématiques et de la philosophie, on en découvre d'autres plus sulfureuses.

Fait historique incontestable, les mathématiques grecques, canon universel d'un type d'intelligence du monde et de production de certitudes, sont nées et ont été créées au sein d'une secte : les pythagoriciens. Scandale des origines souvent passé sous silence !

Y a-t-il une génétique des pratiques humaines qui révélerait ce qui, dans les conditions de leur naissance, constitue leur essence ? Le caractère « ésotérique » tant dénoncé, des mathématiques, y trouverait-il sa source ? En mathématiques, pourtant, on ne s'appuie que sur des vérités établies, tandis que dans le domaine religieux, sur des vérités révélées. Qu'y aurait-il de commun entre le caractère absolu de ces deux types de certitudes ?

Lever de rideau

Studieusement assis, ils écoutent. La voix claire et persuasive porte bien. IL parle. Ils l'entendent, mais ne le voient pas. Un rideau tendu les en empêche. Placés à l'extérieur de l'espace privilégié, ce sont les exotériques, cercle extérieur des adeptes. De l'autre côté du rideau, le Maître. D'autres adeptes l'entourent. Ils entendent Pythagore ET le voient. Ceux-là ont traversé le rideau, ce sont les ésotériques, cercle rapproché du Maître. Ce qui préside à cette distinction, concrétisée par le passage, effectif, du rideau ?

Les premiers, purs auditeurs, les acousmatiques, n'ont accès à la connaissance que par l'entremise des *akousmata*. Catalogue de doctrines auxquelles « on prête l'oreille » : elles ne sont transmises qu'oralement. Ce sont des maximes débutant par « C'est ainsi qu'il faut faire ». Ni explications ni sens ne les soutiennent ; elles se présentent comme de pures recettes dépourvues de démonstrations et d'arguments. Les seconds, eux, ayant été jugés dignes d'avoir accès aux démonstrations, travaillent à la *mathema*, la connaissance véritable. Ce sont les mathématiciens, les véritables pythagoriciens. Hippase de Métaponte, Philolaos, Archytas de Tarente, sont les plus célèbres d'entre eux.

Pour expliquer cette distinction, on raconte que dès son arrivée à Crotone, Pythagore rencontra les personnes, âgées déjà, en charge de la cité. Comprenant qu'il ne pourrait les instruire à l'aide des mathématiques et de la démonstration, il décida de leur offrir les résultats mais pas les démonstrations permettant d'y parvenir. Par contre, lorsqu'il croisait des jeunes hommes qui pouvaient travailler dur, il les instruisait au moyen des démonstrations.

Tenir sa langue et retenir

Sévère sélection des membres de la secte. Choisis en particulier pour leur aptitude à « tenir leur langue ». Qualités exigées : le silence, le secret. Les adeptes commencent par garder le silence durant cinq années et ensuite ils sont tenus au secret le plus strict ; il leur est interdit de révéler à l'extérieur leurs connaissances. Ce qui a fait dire que Pythagore s'occupait plus du silence que de la parole. Ainsi, les acousmatiques sont-ils « aveugles » et muets. À proprement parler, ils sont en plein mystère. Différente est là situation des mathématiciens. Afin que leur savoir ne tombe pas aux mains de personnes extérieures à la secte, les pythagoriciens vont user d'un langage codé. Obscur pour les non-initiés, plein de sens pour les initiés, ces écrits mettent en jeu *sumbolo* et *ainigmata*, des symboles et des énigmes.

Les membres doivent donc posséder une faculté essentielle : la mémoire. Ne disposant pas de la démonstration des *akousmata*, l'acousmatique ne dispose que d'elle pour se les approprier. Une bonne mémoire se cultive chaque jour.

Hygiène. Un pythagoricien ne se lève jamais avant de s'être remis en mémoire les événements de la veille, ce qu'il a entendu, vu, fait. Quelle avait été la première personne rencontrée ? Quelles étaient les paroles échangées ?

Aux pythagoriciens, les mathématiques reconnaissantes

Une secte, qu'importe ! Ils ont inventé la démonstration ! Posant, et mettant en pratique, que les vérités mathématiques s'établissent dans leur absolue généralité par l'usage d'un mode inédit de preuve : la démonstration. Procédé argumentaire qui rejette tout autant les preuves numériques que l'évidence concrète. En arithmétique, ils ont établi des distinctions entre les nombres qui, au-delà de leurs identités propres, ont été rassemblés en des classes distinctes. Ces classifications, élémentaires mais jamais encore prises en compte, vont permettre d'établir des propositions générales, indépendantes des nombres particuliers : des théorèmes. Notion qui distingue radicalement les mathématiques grecques de toute autre.

Première distinction : pair-impair. Cette séparation qui met en jeu la plus simple des divisions, la division par 2, leur permet d'établir les premiers théorèmes de l'arithmétique, ceux concernant la conservation de la parité par addition et produit.
Deuxième distinction : simple-composé. On généralise à la divisibilité par n'importe quel nombre. Les nombres simples, non divisibles, sont dits premiers, les composés sont composés – par produits – de simples. Philolaos, l'un des plus anciens adeptes, aurait été le premier à affirmer que « un » est un nombre.

Impair et premier.

Les pythagoriciens ont labouré le champ fertile des proportions, moyenne arithmétique, géométrique, harmonique, double moyenne proportionnelle.
En géométrie, ils ont démontré le théorème de Pythagore, ou « théorème des trois carrés ». La propriété était connue des Égyptiens et des Babyloniens, mais non formulée de façon générale. Ils ont établi que la somme des angles d'un triangle est égale à deux angles droits, c'est-à-dire un tour complet. Ce qui revient à démontrer qu'il faut et qu'il suffit de trois segments pour enclore une portion d'espace. Dit autrement, le triangle est la figure rectiligne fermée la plus simple. Ils ont posé, et résolu certains problèmes de *quadrature* : construction à la règle et au compas (*i.e.* à l'aide de droites et de cercles) de carrés égaux à une figure donnée, rectangle, triangle, lunule, etc.
Ils ont voué un véritable culte au *Tétraktys*, la Décade, être parfait contenant toutes les dimensions de l'espace : 1, le point ; 2, la ligne ; 3, la surface ; 4, le solide, il est la somme des 4 premiers nombres : 1 + 2 + 3 + 4. Figuré par un triangle équilatéral de côté 5, le *Tétraktys* comporte autant de nombres premiers : 1, 2, 3, 5, 7, que de nombres composés : 4, 6, 8, 9, 10.

Voir les maths

À propos, que voient les mathématiciens, de l'autre côté du rideau, que les acousmatiques ne voient pas ? Pythagore, bien sûr, mais surtout ils voient les mathématiques qu'il est en train d'écrire. Imagine-t-on des mathématiques purement mentales ? Purement orales ? Particulièrement celles-là.
La démonstration exige l'écriture. On doit laisser trace des différentes étapes empruntées, pouvoir mettre ses pas dans ceux du mathématicien et vérifier la justesse de l'assertion. D'autre part, pour les pythagoriciens, les nombres eux-mêmes sont des figures. Ils les associent à des figures géométriques constituées de points unités. Nombres carrés, oblongs, triangulaires. Quant aux nombres premiers, ils sont dit « linéaires » : ils ne peuvent être représentés que par une ligne. Et pas par une figure à deux dimensions, caractérisée par le produit de deux nombres, parce que justement ils sont indécomposables,

Cette présentation visuelle fait apparaître les propriétés arithmétiques des nombres : somme des n premiers nombres impairs, des n premiers nombres pairs. Tout ceci se VOIT. Bien entendu, ensuite, il faut faire passer par une démonstration. Démonstration dont le principe se lit directement dans l'évolution de la figure.

La divine surprise

Au cours de circonstances diversement contées, Pythagore fit une découverte capitale pour l'histoire de la connaissance. Entre les trois intervalles musicaux, il repéra des relations constantes, l'octave dans le rapport 2/1, la quinte, 3/2, la quarte, 4/3. Ce fut la première loi physique. De là naquit la croyance que le cosmos, l'ordre de l'Univers, tenait dans la puissance des nombres. Le ciel tout entier est une gamme musicale, la célèbre musique des sphères. Ainsi tout est nombre. Plus tard, on dira que la Nature est écrite en langage mathématique.
Retenons que l'acoustique est née au milieu d'un groupe qui avait fait du silence, une vertu. Pythagore en profita pour bâtir une véritable mystique des nombres qui parfois fait sourire, mais qui recèle de jolies trouvailles. À Pythagore, un jour, on demanda : « Qu'est-ce qu'un ami ? ». Il aurait répondu : « Celui qui est l'autre moi-même comme sont 220 et 284. » Deux nombres sont amis si chacun est la somme de tout ce qui mesure l'autre. On ne comprendrait pas le sens de cette dénomination si l'on ne se souvenait pas que pour Pythagore l'amitié est une égalité et que la division est une mesure. Par exemple, « 3 mesure 12 » parce qu'il faut 3 unités de 4 pour faire 12.
Et certains nombres sont « parfaits » : ceux égaux à la somme de leurs diviseurs, 6 et 28, par exemple. Il s'agit bien des propriétés arithmétiques des nombres et non de calcul numérique ; celui-ci qui, éjecté du champ des mathématiques, celui-ci est relégué dans la logistique.
En affirmant que tout est nombre, Pythagore marque une différence radicale avec Thales qui lui avait déclaré que tout est eau. Car l'eau, même symbolisée, est un élément naturel, alors que le nombre est un concept. Toujours, cette avancée vers l'abstrait.

Le scandale

Après la magnifique surprise offerte par la musique, la terrible désillusion tapie dans les figures. La diagonale d'un carré n'est pas commensurable avec son côté !
Et voilà que ces nombres qui se prétendaient l'essence de toute chose, se révèlent incapables de dire la grandeur d'une ligne dont la réalité est hors de doute. Au cœur de la figure la plus simple, le carré de côté un, une grandeur

se révèle indicible, irrationnelle – *arrêton* : indicible, privée de raison commune (*alogon*), il n'y a pas de nombre pour la dire.
Comment oser affirmer une non-existence dans un ensemble non fini, sinon par l'emploi d'une démonstration ?
On pourrait le dire ainsi : le nombre (rationnel) dont le carré est deux n'existe pas, j'ai démontré que je ne peux pas le rencontrer. En Grèce, il n'y eut jamais de nombres irrationnels – tout le problème est là – mais des grandeurs, des lignes, irrationnelles.
Le scandale éclate. Le rêve de l'unification s'écroule. Le lien entre les nombres et les figures est tragiquement rompu par la révélation de l'existence de quantités irrationnelles. Il s'agit bien d'une révélation.
Le grand rêve des pythagoriciens s'écroule. C'est, dit-on, Hippase de Métaponte qui, violant la loi du secret, aurait divulgué le scandale. La morale sera sauve quand on apprendra que selon la Légende, Hippase mourut peu après dans un naufrage.

Des vérités inoxydables

Les pythagoriciens ont dématérialisé l'arithmétique et la géométrie par une « vision » non empirique des êtres mathématiques, conçus comme de pures idéalités. Les pythagoriciens ont créé un univers inédit, les mathématiques, peuplé d'êtres idéaux, les idéalités, qu'aucune action concrète, matérielle, ne pourra altérer, mettant en jeu des vérités pures, transcendantes au monde, des vérités éternelles : ce qui a été démontré ne pourra jamais être infirmé. Ainsi en va-t-il de toute allégation religieuse, le temps ne fait rien à l'affaire.
Ce qui n'est pas le cas des autres sciences : la physique, par exemple. La production de vérités n'est animée que par la croyance à la toute-puissance de la démonstration. Celle-ci se révélant capable de prouver jusqu'à la non-existence d'un nombre, dont pourtant la mesure s'affiche sur une figure. Iambique parle de « science de la vérité des êtres, de ce qui est dépourvu de matière et qui est éternel », c'est-à-dire les incorporels. C'est l'honneur des mathématiques que de pouvoir démontrer une impossibilité.

Antoine Artous

Membre du comité de rédaction de la revue *Critique communiste*

Une constitution contre la démocratie. Portait d'une Europe dépolitisée.

(Paul Alliès, Climats, 2005)

Professeur de sciences politiques à l'université de Montpellier I, Paul Alliès est également un membre du comité directeur du Parti socialiste qui s'est prononcé pour le nom au projet de Constitution européenne. Il s'est d'ailleurs exprimé à ce propos dans *ContreTemps* (n° 9). Ce livre se présente comme un essai, est à l'intersection de deux champs, « celui de l'expertise et celui de la politique », explique l'auteur. C'est pourquoi il a un intérêt au-delà de la bataille du référendum dont je ne connais d'ailleurs pas au moment où j'écris ces lignes. Il traite à travers un problème concret une question plus générale, mais combien actuelle : celle des fondements de la démocratie moderne.
Une constitution est autre chose qu'un simple traité. Paul Alliès prend le mot au sérieux pour montrer que le projet de Constitution, qui se donne comme un acte fondateur de l'Europe, est en fait, « un acte révélateur d'un détournement historique et démocratique ». Historique : c'est une constitution, non seulement « sans constituant », mais sans une quelconque souveraineté populaire. Démocratique : c'est un acte qui « théorise » l'Europe politique comme une sorte de « dictature bienveillante[1] ».
Paul Alliès croise deux approches. La première revient sur l'histoire de la catégorie de constitution et des processus constituants, notamment à propos des révolutions américaine et française. Certes, il n'ignore pas que ces deux moments sont également des périodes de construction de l'État et de l'hégémonie de la bourgeoisie. Toutefois, parlant de la première Constitution américaine issue de la convention de Philadelphie (1776), il explique – avec raison – qu'il est possible de procéder, « sous l'angle de la dynamique d'un texte et de son interprétation qui dépasse l'intérêt de ses auteurs et le moment historique de son adoption » (p. 22). Cette dynamique c'est, notamment, celle d'une catégorie qui travaille toujours l'histoire : la construction de la souveraineté populaire. La seconde approche prend comme point de départ l'ana-